

W-2872**B.A. (Sixth Semester) ATKT Examination, June-2020****MATHEMATICS****Real Analysis Discrete Mathematics and Optional***Time : Three Hours**Maximum Marks : 85 (For Regular Students)**Minimum Pass Marks : 29**Maximum Marks : 100 (For Private Students)**Minimum Pass Marks : 34*

नोट : सभी प्रश्न हल कीजिए।

Note : Attempt **all** questions.**इकाई-I / Unit-I**

- Q.1. a) सिद्ध कीजिए कि यदि $f : [a, b] \rightarrow R, [a, b]$ पर एक परिबद्ध फलन हो तब f , रीमान समाकनीय है यदि और केवल यदि प्रत्येक $\varepsilon > 0$ के लिए $[a, b]$ के एक विभाजन p का अस्तित्व इस प्रकार है कि $U(p, f) - L(p, f) < \varepsilon$.

Prove that if $f : [a, b] \rightarrow R$ be a bounded function on $[a, b]$, then $f \in R[a, b]$ if and only if for every $\varepsilon > 0$ there exists a partition p of $[a, b]$ such that $U(p, f) - L(p, f) < \varepsilon$.

- b) दर्शाइये कि यदि $[a, b]$ पर $f(x) = k, \forall x \in [a, b]$ द्वारा परिभाषित हैं, जहाँ k एक अचर हैं, तब

$$f \in R[a, b] \text{ तथा } \int_a^b k dx = k(b-a) .$$

Show that if f is defined on $[a, b]$ by $f(x) = k, \forall x \in [a, b]$ where k is a constant, then

$$f \in R[a, b] \text{ and } \int_a^b k dx = k(b-a) . \quad 17/20$$

इकाई-II / Unit-II

- Q.2. a) यदि एक प्रतिचित्रण $d : R \times R \rightarrow R$ इस प्रकार परिभाषित हैं कि $d(x, y) = \frac{|x-y|}{1+|x-y|}$ ($x, y \in R$) तब दिखाइए कि d, R पर दूरीक हैं।

If a mapping $d : R \times R \rightarrow R$ be defined as $d(x, y) = \frac{|x-y|}{1+|x-y|}$ ($x, y \in R$) then show that d is a metric on R .

- b) सिद्ध कीजिए कि किसी दूरीक समष्टि में परिमित संख्या में विवृत्त समुच्चयों का सर्वनिष्ठ विवृत्त होता है।
Prove that in a metric space the intersection of a finite number of open sets is open.

17/20

इकाई-III / Unit-III

- Q.3. a) निम्नलिखित तार्किक तुल्यता का परीक्षण कीजिए $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$

Prove that following statements are logically equivalent $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$.

- b) बूलीय बीज गणित B के सभी अवयवों a तथा b के लिए सिद्ध कीजिए कि $(a \cdot b)' = a' + b'$

In a Boolean algebra B for elements a and b prove that $(a \cdot b)' = a' + b'$. 17/20

इकाई-IV / Unit-IV

- Q.4. a) Write the following functions into conjunctive normal forms in three variables x, y and z .
निम्न बूलीय फलनों को संयोजनीय प्रसामान्य रूप में लिखिए।

i) $x + y'$

ii) x

- b) Define equivalence relation prove that the relation “is equal to” in the set of all real numbers is an equivalence relation.

तुल्यता संबंध की परिभाषा लिखिए। सिद्ध कीजिए कि संबंध बराबर हैं जो सभी वास्तविक संख्याओं पर परिभाषित हैं, एक तुल्यता संबंध होता है। 17/20

इकाई-V / Unit-V

- Q.5. a) सिद्ध कीजिए कि एक आलेख G में सभी शीर्षों के धातों का योग G में कोरों की संख्या के दुगुने के बराबर होता है।

The sum of the degrees of all vertices in a graph G is equal to twice the number of edges in G.

- b) मान कि G, n शीर्षों का एक सरल ग्राफ है। यदि G, K संबद्ध घटक रखता है तो सिद्ध कीजिए कि में कोरों

की महत्तम संख्या $\frac{1}{2}(n-k)(n-k+1)$ होती है।

Let G be a simple graph with n vertices. If G has K components then prove that the

maximum number of edges that G can have are $\frac{1}{2}(n-k)(n-k+1)$. 17/20

