

**W-548/W-549/W-550(A)****B.Sc. Honours (Third Year) Examination, March/April-2020****MATHEMATICS****Paper - I, II & III(A)****Linear Algebra & Numerical Analysis / Real and Complex Analysis / Statistical Methods***Time : Three Hours***Maximum Marks : 40+40+40=120 (For Regular Students) Minimum Pass Marks : 33%**

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिये।

Note : Attempt all questions.

**खण्ड-अ / Section-A**

Q.1. दो सदिश उपसमष्टियों का सरल योग परिभाषित कीजिए। यदि  $W_1$  और  $W_2$  किसी सदिश समष्टि  $V(F)$  की दो सदिश उपसमष्टियाँ हो तो सिद्ध कीजिए कि  $V = W_1 \oplus W_2$  यदि और केवल यदि  $V = W_1 + W_2$  और  $W_1 \cap W_2 = \{0\}$  13  
Define direct sum of two vector subspaces. Prove that the necessary and sufficient conditions for a vector space  $V(F)$  to be the direct sum of its subspaces  $W_1$  and  $W_2$  are  $V = W_1 + W_2$  and  $W_1 \cap W_2 = \{0\}$ .

Q.2.  $V_3(\mathbb{R})$  पर रेखिक रूपांतरण  $T$  का जो

$T(a, b, c) = (2b + c, a - 4b, 3a)$  से परिभाषित है, आधार  $B = \{(1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0)\}$  के सापेक्ष आव्यूह ज्ञात कीजिए तथा प्रत्येक सदिश के लिए  $[T; B][\alpha; \beta] = [T(\alpha); B]$  की जाँच कीजिए। 13

Find the matrix representation of linear transformation  $T$  on  $V_3(\mathbb{R})$  defined as  $T(a, b, c) = (2b + c, a - 4b, 3a)$  corresponding to the basis  $B = \{(1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0)\}$  and verify that  $[T; B][\alpha; \beta] = [T(\alpha); B]$  for every vector  $\alpha \in V_3(\mathbb{R})$ .

Q.3. किसी आंतर गुणन समष्टि  $V(F)$  में सिद्ध कीजिए कि  $|\langle \alpha, \beta \rangle| \leq \|\alpha\| \|\beta\|$  14

In an inner product vector space  $V(F)$ , prove that  $|\langle \alpha, \beta \rangle| \leq \|\alpha\| \|\beta\|$ .

**खण्ड-ब / Section-B**Q.4. बीटा फलन  $\int_0^1 x^{m-1} (1-x)^{n-1} dx$  के अभिसरण के लिये व्याख्या कीजिये। 13

Discuss the convergence of Beta function  $\int_0^1 x^{m-1} (1-x)^{n-1} dx$ .

Q.5. अन्तराल  $-\pi < x < \pi$  में फलन  $f(x) = x + x^2$  का  $x$  के गुणकों की ज्या और कोज्या श्रेणी ज्ञात कीजिये। 13

Find a series of sines and cosines of multiples of  $x$  which will represent the function  $f(x) = x + x^2$  in the interval  $-\pi < x < \pi$ .

Q.6.  $\mathbb{R}$  में आर्किमिडीज गुणधर्म का कथन लिखिये एवं सिद्ध कीजिये। 14

State and prove Archimedean property in  $\mathbb{R}$ .

**खण्ड-स / Section-C**Q.7. श्रेणी  $1^2, 2^2, 3^2, \dots, n^2$  के लिए माध्य प्रसरण व मानक विचलन ज्ञात करो। 13

Calculate the mean, variance and standard deviation for the series  $1^2, 2^2, 3^2, \dots, n^2$ .

Q.8. यदि  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$  परस्पर अपवर्जी घटनाओं के घटने की क्रमशः प्रायिकताएँ हैं तो इन घटनाओं में से किसी एक के घटने की प्रायिकता  $p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n$  होती है। 13

If  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$  be separate probabilities of  $n$  mutually exclusive events, then the probability  $p$ , that any of then events will happen is given by,  $p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n$ .

Q.9. एक सिक्के को चित मिलने तक उछाला जाता है। उछालों की संख्या की प्रत्याशा क्या है? 14

A coin is tossed until the head appear what is expectation of the number of tosses?